

LP 03 - Derivatele primare ale altitudinii

prep. drd. Mihai NICULIȚĂ

12 noiembrie 2012

Departamentul de Geografie
Facultatea de Geografie și Geologie
Universitatea Alexandru Ioan Cuza, Iași, Romania

Acest material se află sub licență Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Unported (CC BY-NC-SA 3.0), reprezentând responsabilitatea unică a autorului și nu reprezintă neapărat poziția oficială a UAIC. 

Lucrarea practică își propune descrierea și calculul derivatelor primare ale altitudinii. Finalitatea lucrării practice este obținerea unei hărți reprezentând derivatele primare ale altitudinii rasterului SRTM utilizat de fiecare student în parte și statistica descriptivă a acestora.

Suprafața terestră este cuantificată cantitativ cu ajutorul **VARIABILELOR GEOMORFOMETRICE**. Pentru a denumi caracteristicile cantitative ale formei suprafeței terestre pe lângă VARIABILĂ, au fost folosiți termenii: ATRIBUT și PARAMETRU. Considerăm varianta variabilă ca fiind cea mai potrivită deoarece termenul atribut se referă la caracteristici calitative, iar termenul parametru este o cantitate folosită pentru a relaționa funcții și variabile. Variabila este o cantitate ce poate lua o serie de valori, utilizată într-o ecuație sau funcție. Considerând suprafața terestră un câmp continuu, derivatele primare, secundare sau diverși indici ai caracteristicilor cantitative a acestei suprafețe, atât scalari cât și vectori, pare normal, atât din punct de vedere matematic cât și din punct de vedere conceptual ca termenul variabilă să exprime caracteristicile cantitative ale suprafeței terestre.

1 Altitudinea ca atribut primar al suprafeței terestre

Altitudinea este variabila cantitativă primară a reliefului suprafeței terestre. Ea este continuă și diferențiabilă în orice punct al suprafeței terestre.

2 Statistica altitudinii

Se rulează aplicația Rstudio. Se descarcă scriptul descr_stat.r (http://www.geomorphologyonline.com/Students/Geomorfo/descr_stat.r) și se deschide în aplicația Rstudio: File/Open

3 Derivatele primare ale altitudinii

Baza matematică ce stă la baza calcului derivatelor primare ale altitudinii este reprezentată de considerarea suprafeței terestre ca un câmp definit matematic de o funcție. Plecând de la această reprezentare matematică și de la faptul că majoritatea surselor de altitudine sunt reprezentate de matricile de tip grid, ecuațiile polinomiale și ecuațiile diferențiale au fost utilizate pentru derivarea formulelor de calcul al derivatelor de pe acest tip de modele numerice ale suprafeței terestre.

Calculul diferențial se bazează pe calculul derivatei unei funcții Meyer [1970], Wainwright and Mulligan [2004], în cazul nostru funcția ce descrie variația altitudinii suprafeței terestre:

$$f(z) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(z+h) - f(z)}{h}. \quad (1)$$

Ecuția de mai sus se poate nota ca derivată a lui z fie față de axa x astfel: $\frac{dz}{dx}$ sau $\frac{\delta z}{\delta x}$, fie față de axa y astfel: $\frac{dz}{dy}$ sau $\frac{\delta z}{\delta y}$, axe pe care se determină h . În cazul rasterelor, h devine D rezoluția rasterului. În cadrul ecuațiilor diferențiale LeVeque [1998], au fost definite diferențele finite ca metode aproximare a derivatelor: Schemele de aplicare a acestor diferențe finite pot fi unilaterale:

$$\frac{\delta z}{\delta x} = \frac{z - (z+h)}{h} \quad (2)$$

$$\frac{\delta z}{\delta x} = \frac{z - (z-h)}{h} \quad (3)$$

sau centrate:

$$\frac{\delta z}{\delta x} = \frac{(z+h) - (z-h)}{2h}. \quad (4)$$

3.1 Panta

Panta este o caracteristică cantitativă a unei drepte, a unui segment de dreaptă sau a unei funcții, fiind definită de raportul dintre dezvoltarea pe axa y și pe axa x . Această definiție este dată de geometrie. Dacă considerăm panta ca vector, ea va avea o magnitudine, cunoscută drept gradient și o direcție, cunoscută drept expoziție.

În geotehnică panta (denumită și înclinarea, declivitatea, geodeclivitate, gradient) este o caracteristică cantitativă a suprafeței terestre și reprezintă unghiul dintre planul suprafeței terestre și planul orizontalei locului. Pentru calculul pantei se recurge la rezolvarea triunghiului dreptunghic format de planul suprafeței terestre, planul orizontalei și a verticalei locului. Funcție de unitate de măsură cerută rezolvarea devine (fig.):

- pentru calculul în grade [$^\circ$]:

$$\beta = \tan \sqrt{\left(\frac{BC}{AC}\right)^2} \quad (5)$$

- pentru calculul în procente [%]:

$$\beta = \sqrt{\left(\frac{BC}{AC}\right)^2} \times 100. \quad (6)$$

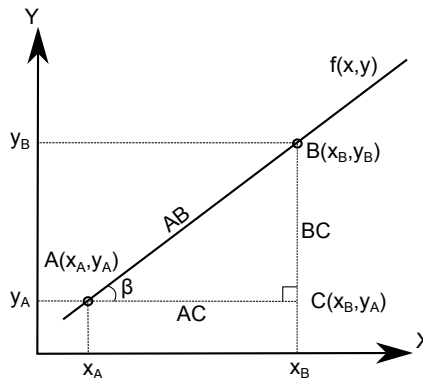


Figura 1: Calculul geometric al pantei

Figure 2: Fereastra pixelilor vecini

Implementarea digitală cere utilizarea unei funcții asemănătoare tangentei, dar care întoarce valoarea direct în grade: *atand*.

În mediul digital al formatului raster problema se traduce în utilizarea vecinilor dintr-o fereastră de 3×3 pixeli (fig.). Această fereastră este glisată pentru fiecare pixel în parte și se realizează calculul lui $\frac{\delta z}{\delta x}$ și $\frac{\delta z}{\delta y}$. δx și δy reprezintă rezoluția pixelului (notată și ca D) înmulțită cu un factor, iar δz se calculează diferit, funcție de algoritmul utilizat, reprezentând penultimul, respectiv antepenultimul factor al ecuațiilor utilizate pentru impunerea unei suprafețe în matricea de 3×3 altitudini (ecuațiile).

3.2 Expoziția (aspect-ul)

Calculul expoziției se face în strânsă legătură cu gradientul, după cum am menționat în cazul considerării sale drept component de direcție al vectorului pantă. În literatura internațională de limbă engleză expoziția, mai este denumită și aspect, deoarece o reprezentare grafică a acestei variabile în tonuri de gri, înfățișează aspectul general al reliefului, fiind o denumire provenită din literatura de procesare a imaginilor. Nu considerăm oportună utilizarea denumirii de aspect în geomorfometrie, deoarece aceasta nu este nici în concordanță cu modelul geometric, nici cu cel vectorial.

Expoziția (E , Exp , A , Ψ , α) se calculează folosind gradientii utilizați la calculul pantei (indicați la secțiunea 4.2.1.1), în literatură specificându-se mai multe formule de calcul:

- Unwin [1981]

$$\tan E = \frac{\frac{\delta z}{\delta y}}{\frac{\delta z}{\delta x}} \quad (7)$$

- Ritter [1987]

$$E = 90^\circ - \arctan\left(\frac{\frac{\delta z}{\delta y}}{\frac{\delta z}{\delta x}}\right) \quad \text{dacă } \frac{\delta z}{\delta x} > 0, \quad (8)$$

$$E = 270^\circ - \arctan\left(\frac{\frac{\delta z}{\delta y}}{\frac{\delta z}{\delta x}}\right) \quad \text{dacă } \frac{\delta z}{\delta x} < 0, \quad (9)$$

- Gallant and Wilson [1996]

•

$$E = 180^\circ - \arctan\left(\frac{\frac{\delta z}{\delta y}}{\frac{\delta z}{\delta x}}\right) + 90^\circ \left(\frac{\frac{\delta z}{\delta x}}{\left|\frac{\delta z}{\delta x}\right|}\right), \quad (10)$$

- Hunter and Goodchild [1997]

$$\tan E = \frac{-\frac{\delta z}{\delta y}}{\frac{\delta z}{\delta x}} \quad (11)$$

- Zhou and Liu [2004a,b]

•

$$E = 270^\circ + \arctan\left(\frac{\frac{\delta z}{\delta y}}{\frac{\delta z}{\delta x}}\right) - 90^\circ \left(\frac{\frac{\delta z}{\delta x}}{\left|\frac{\delta z}{\delta x}\right|}\right), \quad (12)$$

- Shary et al. [2002]:

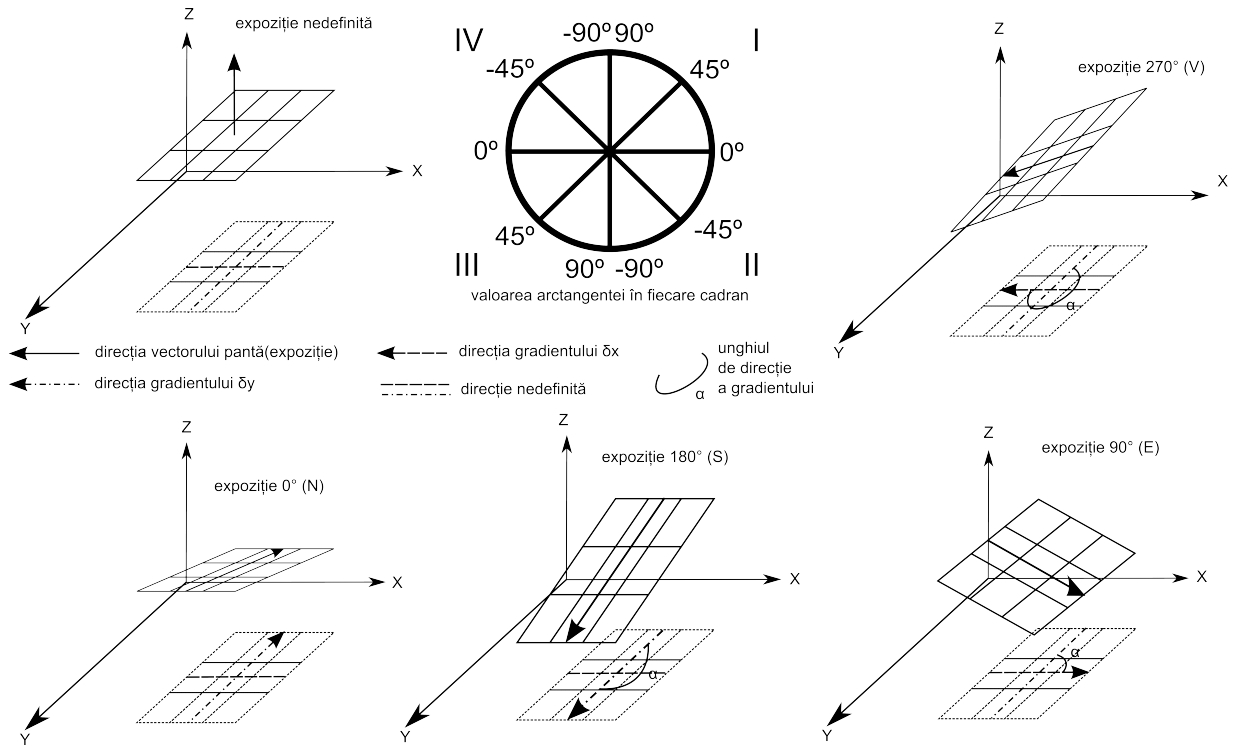
$$E = -90 \times \left[1 - \text{sign}\left(\frac{\delta z}{\delta y}\right) \right] \times \left[1 - \left| \text{sign}\left(\frac{\delta z}{\delta x}\right) \right| \right] + 180 \times \left[1 + \text{sign}\left(\frac{\delta z}{\delta y}\right) \right] -$$

$$- 180 \times \left[\text{sign}\left(\frac{\delta z}{\delta y}\right) \right] \times \arccos \frac{\frac{-\frac{\delta z}{\delta y}}{\sqrt{\left(\frac{\delta z}{\delta x}\right)^2 + \left(\frac{\delta z}{\delta y}\right)^2}}}{\pi} \quad (13)$$

unde

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x > 0 \\ 0 & \text{if } x = 0 \\ -1 & \text{if } x < 0 \end{cases} \quad (14)$$

Funcția arctangentă întoarce o valoare între 0° și 90° , această valoare trebuind transformată în azimut față de direcția nord, funcție de semnul celor doi componente. Dacă se utilizează doar semnul lui $\frac{\delta z}{\delta x}$, când acesta este pozitiv valoarea în grade obținute se scade din 90° , iar dacă acesta este negativ din 270° . Dacă se utilizează atât semnele lui $\frac{\delta z}{\delta x}$, cât și ale lui $\frac{\delta z}{\delta y}$, atunci există patru cazuri, a căror rezolvare se adună la 0° , 90° , 180° și 270° , funcție de cadranul corespondent (fig. 4.2.5).



Utilizarea funcției tangentă care în mediul digital întoarce valoare în grade, indică direct un unghi cu valoare între 0° și 360° , care va reprezenta azimutul față de direcția nord, sau chiar față de direcția est (fig. 4.2.6).

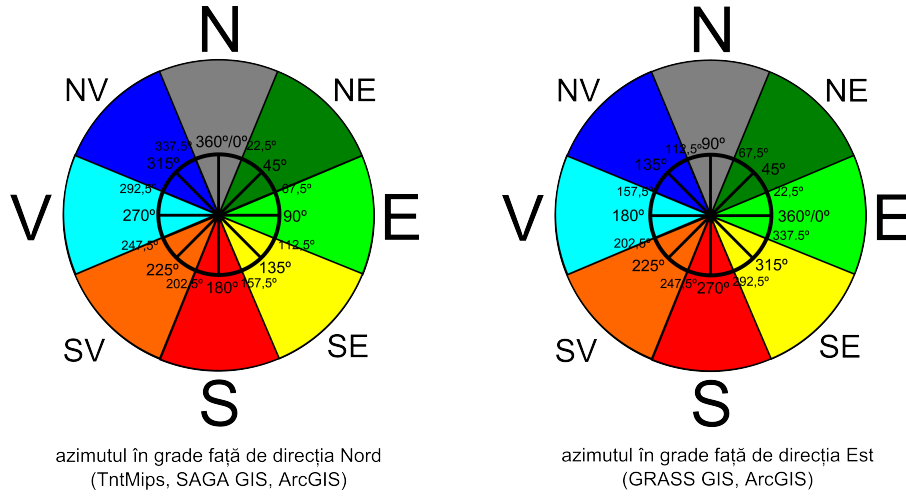


Figura 4: Modul de notare ca azimut al expoziției

4 Derivatele secundare ale altitudinii - Curburile

Demonstrații matematice ale existenței și calculului curburilor sunt date de către Shary [1995] și Jordan [2007]. *Curbura* (k) este văzută drept inversul razei cercului circumscris formei suprafeței terestre, funcție de un plan (Fig. 5), numit în geometria diferențială, **secțiunea normală** Shary [1995], Olaya [2009]. Deoarece secțiunea normală poate fi rotită în spațiu se poate defini un sistem infinit de curburile, din care semnificație geomorfometrică pot avea un set finit de curburile. Stabilirea acestor curburile se face funcție de mai multe criterii, două fiind de importanță practică.

Dacă se aplică **criteriul geometriei diferențiale** (rezultând curburile indifferente de direcția de pantă), pentru orice suprafață se pot defini o *curbură minimă* (k_{min}), o *curbură medie* (H) și o *curbură maximă* (k_{max}), astfel:

$$k(\theta) = k_{max} \times \cos^2 \theta + k_{min} \times \sin^2 \theta \quad (15)$$

unde θ este unghiul dintre secțiunile normale de curbură k_{max} și curbură $k(\theta)$, obținute prin rotirea planului secțiunii normale dintr-o poziție inițială într-o poziție definită de unghiul θ ,

$$H = \frac{(k_{max} + k_{min})}{2} \quad (16)$$

Având în vedere situația unei sfere, se poate defini o *curbură de nesfericitate* (M):

$$M = \frac{(k_{max} - k_{min})}{2} \quad (17)$$

care va fi egală cu 0 în cazul punctelor umbilicale, de pe o sferă.

Gaussa definit *curbură totală gaussiană* (K) astfel:

$$K = k_{max} \times k_{min}. \quad (18)$$

Wilson and Gallant [2000] adaugă curbură totală ca sumă a derivatelor secundare:

$$K_{tot} = r + 2s + t. \quad (19)$$

După **criteriul orientării suprafeței terestre** (rezultând curburile dependente de direcția de pantă) și a proceselor acestora după vectorul forței de gravitație, are loc normalizarea cele două plane considerate, prin prisma forței gravitaționale, care are o componentă verticală, și unghiul θ devenind 90° , se pot defini (fig.) *curbură verticală* Evans [1972], (*în profil*) (k_v) și *curbură orizontală*, (*în plan sau de contur*, eventual a curbei de nivel) (k_h).

Din punctul de vedere al **direcției de înclinare al pantei** și de curgere al apei se poate defini și *curbură tangențială* (k_t), calculată funcție de un plan rectangular pe direcția de cea mai

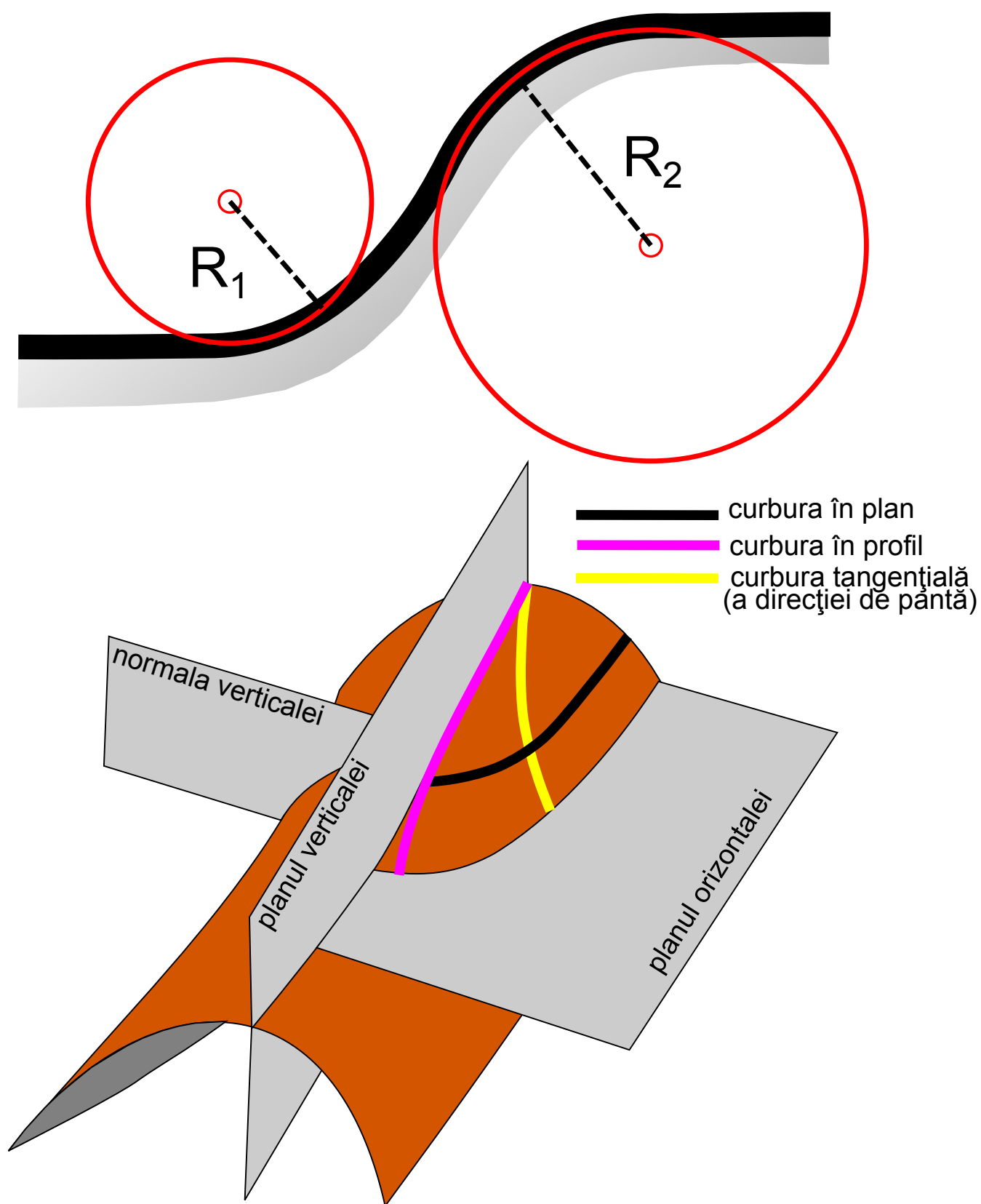


Figura 5: Calculul curburilor suprafeței terestre (prelucrare după Olaya [2009])

mare pantă și *curbura longitudinală* (k_l), calculată pe un plan tangent direcției de cea mai mare pantă (fig.). *Curbura secțiunii în cruce* (k_{sc}) este definită funcție de planul ortogonal direcției de pantă.

Diferența dintre două curburi determinate de cele două plane normale ortogonale, este *diferența de curbură* (E):

$$E = \frac{(k_v - k_h)}{2} \quad (20)$$

Se mai pot defini *excesul de curbură verticală* (k_{ve}) și *excesul de curbură orizontală* (k_{he}):

$$k_{ve} = M + E = k_{max} - k_h = k_v - k_{min} \geq 0 \quad (21)$$

$$k_{he} = M - E = k_{max} - k_v = k_h - k_{min} \geq 0 \quad (22)$$

De aici se pot defini *acumularea totală de curbură* (KA) și *curbura inelară totală* (KR) astfel Shary [1995]:

$$KA = H \times H - E \times E = k_v \times k_h \quad (23)$$

$$KR = M \times M - E \times E = k_{ve} \times k_{he} \geq 0 \quad (24)$$

Relațiile dintre curburile menționate sunt definite de formulele Shary [1995]:

$$k_{max} = H + M \quad (25)$$

$$k_{min} = H - M \quad (26)$$

$$k_v = H + E \quad (27)$$

$$k_h = H - E \quad (28)$$

$$k_v + k_h = k_{max} + k_{min} \quad (29)$$

$$H = \frac{(k_v + k_h)}{2} \quad (30)$$

$$M = \frac{(k_{ve} + k_{he})}{2} \quad (31)$$

$$E = \frac{(k_{ve} - k_{he})}{2} \quad (32)$$

$$K = H \times H - M \times M \quad (33)$$

$$KA = K + KR \quad (34)$$

Rezultă astfel un număr total de 12 curburi care pot fi utilizate pentru caracterizarea curburii suprafeței terestre. Calculul acestor curburi în cazul modelelor numerice ale altitudinii terestre în format raster se face utilizând derivatele secundare ale suprafeței impusă matricei de 3×3 altitudinii (vezi Subcap. 4.2.1).

Schmidt et al. [2003] introduc termenul de *tendință a curburii* pentru a desemna atributele convex, liniar și concav. Acestea pot fi obținute prin clasificarea curburii: convex semnifică

curbură pozitivă, liniar curbură apropiată de 0 (putându-se folosi operatorii $<, >, =, \leq, \geq$ și o valoare prag diferită de 0) și concav curbură negativă.

Calculul curburii se face utilizând derivatele secundare ale suprafeței impuse altitudinilor fe-
restrei glisante, și diferențierea lor. Schmidt et al. [2003] fac o inventariere a algoritmilor utilizați
în calculul curburii și concluzionează că cele mai utilizate modele de impunere a suprafeței sunt
cele ale lui EVANS, SHARY Shary [1995] și ZEVENBERGEN Zevenbergen and Thorn [1987],
existând și o serie de implementări care filtrează suprafața înainte de a aplica polinoamele de
estimare (deoarece curbura este foarte sensibilă la valorile extreme). Derivatele secundare sunt
Olaya [2009] ca notație simplificată:

$$p = \frac{\delta_z}{\delta_x}, q = \frac{\delta_z}{\delta_y}, r = \frac{\delta_z^2}{\delta_x^2}, s = \frac{\delta_z^2}{\delta_x \delta_y}, t = \frac{\delta_z^2}{\delta_y^2}. \quad (35)$$

Ele se calculează funcție de implementarea polinomului astfel:

- EVANS

$$r = \frac{z_{NV} + z_{NE} + z_V + z_E + z_{SV} + z_{SE} - 2 \times (z_N + z_C + z_S)}{3 \times D^2} \quad (36)$$

$$s = \frac{z_{NE} + z_{SV} - z_{NV} - z_{SE}}{4 \times D^2} \quad (37)$$

$$t = \frac{z_{NV} + z_N + z_{NE} + z_{SV} + z_S + z_{SE} - 2 \times (z_V + z_C + z_E)}{3 \times D^2} \quad (38)$$

- SHARY

$$r = \frac{z_{NV} + z_{NE} + z_V + z_E + z_{SV} + z_{SE} - 6 \times (z_N + z_C + z_S)}{5 \times D^2} \quad (39)$$

$$s = \frac{z_{NE} + z_{SV} - z_{NV} - z_{SE}}{4 \times D^2} \quad (40)$$

$$t = \frac{z_{NV} + z_N + z_{NE} + z_{SV} + z_S + z_{SE} - 6 \times (z_V + z_C + z_E)}{5 \times D^2} \quad (41)$$

- ZEVENBERGEN

$$r = \frac{z_V + z_E - 2 \times z_C}{D^2} \quad (42)$$

$$s = \frac{z_E + z_V}{2 \times D} \quad (43)$$

$$t = \frac{z_N + z_S - 2 \times z_C}{D^2}. \quad (44)$$

Pentru implementarea calculului curburilor se poate pleca de la curbura medie și curburile
minime și maxime Shary et al. [2002], Schmidt et al. [2003], Olaya [2009]:

$$k_v = \frac{p^2 \times r - 2 \times p \times q \times s + q^2 \times t}{(p^2 + q^2) \times \sqrt{(1 + p^2 + q^2)^3}} \quad (45)$$

$$k_h = \frac{q^2 \times r - 2 \times p \times q \times s + p^2 \times t}{(p^2 + q^2) \times \sqrt{(1 + p^2 + q^2)^3}} \quad (46)$$

$$k_t = -\frac{q^2 \times r - 2 \times p \times q \times s + p^2 \times t}{(p^2 + q^2) \times \sqrt{1 + p^2 + q^2}} \quad (47)$$

$$k_l = -\frac{p \times r + 2 \times p \times q \times s + p \times t}{(r + t)}. \quad (48)$$

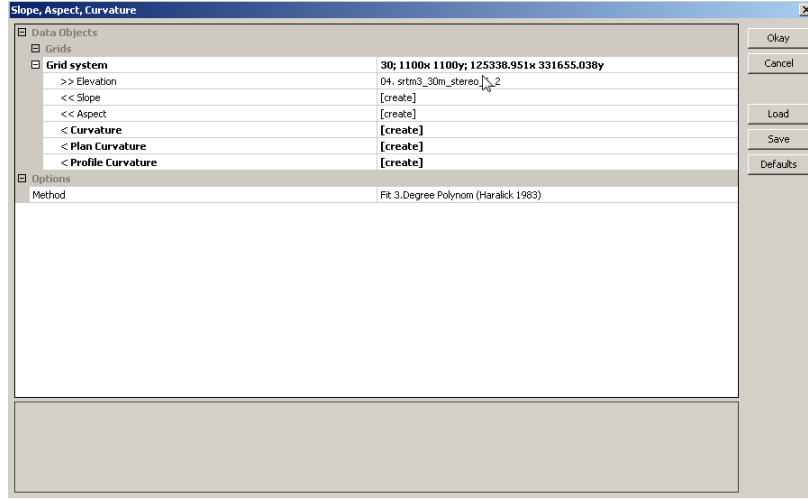


Figura 6: Calculul pantei, expoziției și curburilor în SAGA

$$k_{sc} = -\frac{p \times r - 2 \times p \times q \times s + p \times t}{(r + t)} \quad (49)$$

$$H = -\frac{(1 + q^2) \times r - 2 \times p \times q \times s + (1 + p^2) \times t}{2\sqrt{(1 + p^2 + q^2)^3}} \quad (50)$$

$$M = \sqrt{\frac{\left(r \times \sqrt{\frac{(1+q^2)}{(1+p^2)}} - \frac{t}{\sqrt{\frac{(1+q^2)}{(1+p^2)}}} \right)^2}{\sqrt{(1+p^2+q^2)}} + \left(pqr \times \sqrt{\frac{(1+q^2)}{(1+p^2)}} - 2s \times \sqrt{(1+q^2)(1+p^2)} + \frac{pqt}{\sqrt{\frac{(1+q^2)}{(1+p^2)}}} \right)^2}{2\sqrt{(1+p^2+q^2)^3}} \quad (51)$$

Unitatea de măsură utilizată în calculul curburii este $\frac{1}{m}$ (m^{-1}), doar pentru curburile totale utilizându-se $\frac{1}{m^2}$ ($(m^2)^{-1}$), utilizându-se și înmulțirea cu 100, pentru o vizualizare mai eficientă.

5 Calculul pantei, expoziției și curburilor în SAGA

Se deschide SAGA GIS. Fișierul *SRTM3_30m_stereo_ "rând" _ "coloană".sgrd* se încarcă în aplicația SAGA GIS (FILE/GRID/LOAD) .

În fereastra WORKSPACE/MODULES este disponibilă în cadrul librăriei ***Terrain Analysis - Morphometry***, funcția *Slope, Aspect, Curvature*. La ***Data Objects***, se alege la ***Grids***, ca ***Grid System*** extinderea disponibilă (*30; 1100x 1100y; coordx coordy*), ca *>>Elevation*, rasterul SRTM, iar la *<<Slope*, *<<Aspect*, *<<Plan Curvature* și la *<<Profile Curvature* să fie ales *create*. La ***Options***, ***Method*** se alege *Maximum Slope (Travis et. al., 1975)*, apoi se rulează funcția prin apăsarea *Okay*.

Semnalul sonor, bara albastră din partea dreaptă jos și mesajul din fereastra MESSAGES: *Module execution succeeded* arată că funcția a fost finalizată cu succes. Ca urmare a rulării funcției, în WORKSPACE/DATA/TREE, sub *Grids* apar 5 rastere numite *02. Slope*, *03. Aspect*, *04. Plan Curvature* și *05. Profile Curvature* vor fi salvate prin click dreapta ***Save As...***, în *E:/Geomorfologie/nume_prenume*.

6 Întocmirea planșei

Prin dublu click pe fișierul/fișierele încărcat/-te în SAGA în fereastra WORKSPACE/DATA/TREE, în zona centrală se va deschide o hartă reprezentând fișierul respectiv. În această fereastră se va

alege **MAXIMIZE**, astfel încât ea să ocupe întreaga fereastră centrală. Prin apăsarea butonului **SHOW PRINT LAYOUT** va apărea macheta hărții, care pe lângă conținutul propriu zis, conține și riglele X,Z, scările grafice X,Z, scara numerică și legenda obiectelor din hartă. Prin apăsarea butonului **PRINT** va apărea fereastra **Print**, de unde se alege imprimanta virtuală **doPdf** și se apasă **Print**. Va apărea fereastra **doPDF - Save PDF file** unde se va alege **Browse** și se va defini calea către *E:/Geomorfologie/nume_prenume*, se va alege numele fișierului, după care **Save** și apoi **OK**. În câteva secunde se va deschide fișierul *.pdf* salvat.

Se deschide aplicația Inkscape, se deschide template-ul de hartă A4, se importă fișierele *.png* și *.pdf*, după care se introduc detaliile necesare:

1. Titlul: ***Harta pantelor Modelului Numeric al Altitudinii Terenului srtm3_30m "rând" "co***
Harta curburii în plan a Modelului Numeric al Altitudinii Terenului srtm3_30m "rând" "
;
2. folosind unealta **Text** se scrie numele variabilei și unitatea de măsură, deasupra scării de culori: [grade] pentru pantă, [1/m] pentru urbură în plan, cu mărimea fontului de 12;
3. se degroupează obiectul generat de importul fișierului *.pdf* (Ctrl+U) conținând harta pantelor și a curburii în plan și se șterg scara numerică și numele rasterului, care vor fi înlocuite de unitatea de măsură;
4. Se salvează fișierul prin **FILE/SAVE AS...** cu denumirea *LP03_nume_prenume_grupăsemigrupă.svg* în directorul *E:/Geomorfologie/nume_prenume*.
5. Se salvează ca fișier *.pdf* prin **FILE/SAVE A COPY...** cu denumirea *LP03_nume_prenume_grupăsemigrupă.pdf* în directorul *E:/Geomorfologie/nume_prenume* (cu grija ca la **Save as Type...** să fie ales *Portable Document format (*.pdf)*).

7 Întocmirea planșei

Prin dublu click pe fișierul încărcat în SAGA în fereastra **WORKSPACE/DATA/TREE** în fereastra centrală se va deschide o hartă reprezentând fișierul respectiv. În această fereastră se va alege **MAXIMIZE**, astfel încât ea să ocupe întreaga fereastră centrală. Prin apăsarea butonului **SHOW PRINT LAYOUT** va apărea macheta hărții, care pe lângă conținutul propriu zis, conține și riglele X,Y, scările grafice X,Y, scara numerică și legenda obiectelor din hartă. Prin apăsarea butonului **PRINT** va apărea fereastra **Print**, de unde se alege imprimanta virtuală **doPdf** și se apasă **Print**. Va apărea fereastra **doPDF - Save PDF file** unde se va alege **Browse** și se va defini calea către *E:/Geomorfologie/nume_prenume*, se va alege numele fișierului, după care **Save** și apoi **OK**. În câteva secunde se va deschide fișierul *.pdf* salvat.

Se deschide aplicația Inkscape, se deschide template-ul de hartă A4, se importă fișierul *.pdf*, după care se introduc detaliile necesare:

1. Titlul: ***Harta pantelor Modelului Numeric al Altitudinii Terenului srtm3_30m "rând" "co***
și ***Harta curburii în plan Modelului Numeric al Altitudinii Terenului srtm3_30m "rând" "***
2. folosind unealta **Text** se scrie numele variabilei și unitatea de măsură, deasupra scării de culori: [grade] pentru pantă, [1/m] pentru curbura medie, [grade] pentru expoziție, cu mărimea fontului de 12;
3. se degroupează obiectul generat de importul fișierului *.pdf* și se șterg scara numerică și numele rasterului, care va fi înlocuit de unitatea de măsură.
4. Se salvează fișierul prin **FILE/SAVE AS...** cu denumirea *LP04_nume_prenume_grupăsemigrupă.svg* în directorul *E:/Geomorfologie/nume_prenume*.
5. Se salvează ca fișier *.pdf* prin **FILE/SAVE A COPY...** cu denumirea *LP04_nume_prenume_grupăsemigrupă.pdf* în directorul *E:/Geomorfologie/nume_prenume* (cu grija ca la **Save as Type...** să fie ales *Portable Document format (*.pdf)*).

8 Întocmirea descrierii

Se deschide aplicația Open Office Write, se crează un tabel cu 3 coloane și 15 rânduri. În acest tabel se vor introduce datele din fișierul *statistica_descriptiva.txt*.

9 Întocmirea descrierii

Se deschide aplicația Open Office Write, se crează un tabel cu 3 coloane și 15 rânduri. În acest tabel se vor introduce datele din fișierul *statistica_descriptiva.txt*.

Bibliografie

- Ian S. Evans. An integrated system of terrain analysis and slope mapping. Technical report, 1972.
- John C. Gallant and John P. Wilson. TAPES-G :a grid-based terrain analysis program for the environmental sciences. *Computers & Geosciences*, 22(7):713–722, 1996.
- Carolo Friderico Gauss. *Disquisitiones generales circa superficies curvas*. Gottingae Typis Dieterichianis.
- Gary J Hunter and Michael F Goodchild. Modeling the uncertainty of slope and aspect estimates derived from spatial databases. *Geographical analysis*, 29(1):35–49, 1997.
- Gyozo Jordan. Digital Terrain Analysis in a GIS Environment . Concepts and development. In R. J. Pekham and Gyozo Jordan, editors, *Digital Terrain Modelling. Development and applications in a policy support environment*, number Prewitt 1970 in Lecture Notes in Geoinformation and Cartography, pages 1–43. Springer, 2007.
- Randall J. LeVeque. *Finite difference methods for differential equations*. 1998.
- Burnett Meyer. Calculus and Analytic Geometry., June 1970.
- Victor Olaya. Basic land-surface parameters. In *Geomorphometry: concepts, software, applications*, volume 33, pages 141–169. 2009. doi: 10.1016/S0166-2481(08)00006-8.
- Paul Ritter. A Vector-Based Slope and Aspect Generation Algorithm. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 53(8):1109–1111, 1987.
- Jochen Schmidt, Ian S. Evans, and Johannes Brinkmann. Comparison of polynomial models for land surface curvature calculation. *International Journal of Geographical Information Science*, 17(8):797–814, December 2003. ISSN 1365-8816. doi: 10.1080/13658810310001596058. URL <http://www.informaworld.com/openurl?genre=article&doi=10.1080/13658810310001596058&magic=crossref||D404A21C5BB053405B1A640AFFD44AE3>.
- Peter A Shary. Land surface in gravity points classification by a complete system of curvatures. *Mathematical Geology*, 27(3):373–390, April 1995. ISSN 0882-8121. doi: 10.1007/BF02084608. URL <http://www.springerlink.com/index/10.1007/BF02084608>.
- Peter A Shary, Larisa S Sharaya, and Andrew V Mitusov. Fundamental quantitative methods of land surface analysis. *Geoderma*, (1):1–19, 2002.
- D J Unwin. *Introductory spatial analysis*. Methuen & Co Ltd, 1981.
- John Wainwright and Mark Mulligan. Modelling and Model Building. In John Wainwright and Mark Mulligan, editors, *Environmental modelling: finding simplicity in complexity*, pages 7–73. John Wiley & Sons, Ltd, 2004.

- John P. Wilson and John C. Gallant. Primary topographic attributes. In John P. Wilson and John C. Gallant, editors, *Terrain analysis: principles and applications*, pages 51–85. 2000.
- L.W. Zevenbergen and Colin E Thorn. Quantitative analysis of land surface topography. *Earth Surface Processes and Landforms*, 12(1):47–56, 1987. ISSN 1096-9837. URL <http://www3.interscience.wiley.com/journal/112715365/abstract>.
- Qiming Zhou and Xuejun Liu. Analysis of errors of derived slope and aspect related to DEM data properties. *Computers & Geosciences*, 30:369–378, 2004a. doi: 10.1016/j.cageo.2003.07.005.
- Qiming Zhou and Xuejun Liu. Error analysis on grid-based slope and aspect algorithms. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 70(8):957–962, 2004b.